第 62 回全国水道研究発表会　平成　23.5

エネルギー法による矩形タンクの固有周期の求め方

○河村　春彦(ベルテクノ)　　上平　健次(ベルテクノ)

１．　はじめに

本報では、工学的な知見から矩形タンクの変形特性に影響を与える主要素を検討した上で、分布質量の梁振動モデルを構築した。同モデルの妥当性について、有限要素解析法を用いて確認した。さらに、同モデルにエネルギー法を適用させ、側壁、内部補強架構、有効貯水重量等の影響度を分析することにより、矩形タンクの固有周期の存在範囲を明らかにした。これらの結果を踏まえて、簡潔、且つ安全側の固有周期の算定法を提案した。

２．　レイリーの方法

本体の重量を無視すれば、図１に示すように、図１(a)の満水状態の矩形タンクを図１(b)等分布質量梁モデルにすることができる。レイリーの方法は、自由振動梁の最大運動エネルギーと最大曲げエネルギーが等しいという特性を利用して、その固有周期を求めるエネルギー法である。梁のたわみ曲線を y(X、t)とすれば、振動理論によって梁の最大運動エネルギーK_{max}と最大曲げエネルギーV_{max}は、式(1)、式(2)で表すことができる。したがって、$K_{max}=V_{max}$とおけば、固有周期算定式(3)が得られる。

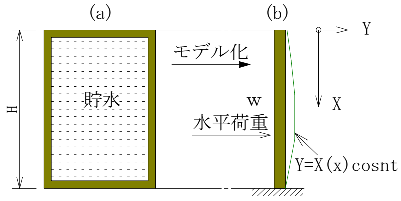

図１ 矩形タンクの梁モデル

$$K_{max} = \frac{n^2}{2}\int_0^H wX^2(x)dx \quad (1) \qquad V_{max} = \frac{1}{2}\int_0^H EI\left(\frac{d^2X}{dx^2}\right)^2 dx \quad (2) \qquad T = \frac{2\pi}{n} = 2\pi\sqrt{\int_0^H wX^2(x)dx \Big/ \int_0^H EI\left(\frac{d^2X}{dx^2}\right)^2 dx} \quad (3)$$

ここに、nは梁の円振動数、Hは梁の高さ、wは梁の単位高さの質量、Mは梁の曲げモーメント、Eは梁のヤング係数、Iは梁の断面２次モーメントである。

３．　矩形タンクの変形特性

図２に示す矩形タンクは、側壁を含むブロック W と、内部補強架構を含むブロック B から構成される。ブロック W の側壁は、ブロック B の内部補強架構と比較して面内水平せん断剛性がかなり高い。また、天井面は、幅が大きく面内曲げ変形を殆ど発生せず、剛床特性を呈し同一変位と仮定することができる。したがって、水平負荷を受けた矩形タンクの変位軌跡面は、天井面より低い水平断面においては、台形を呈するが、天井板位置の水平断面においては、長方形を呈する。

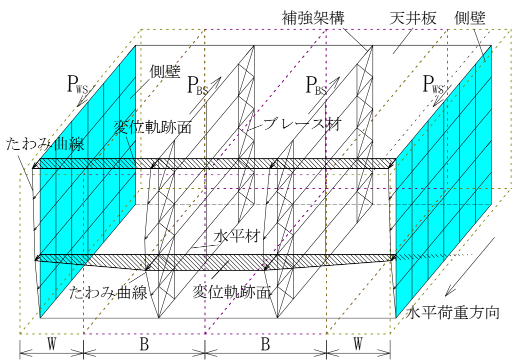

図２ 矩形タンクの水平変形のイメージ図

なお、この変形挙動について、FEM 解析によりほぼ同一の結果を得られた。

４．　満水状態の矩形タンクの固有周期の導出

ブロックWよりブロックBは剛性が小さく大きな変形特性を呈するので、矩形タンクの振動特性は、ブロックBによって支配されていると考えられる。

図3(a)は、全ブロックBを等分布質量梁モデルにしたものである。梁上端部のばね支持端は、二つのブロックWの影響を考慮した結果である。

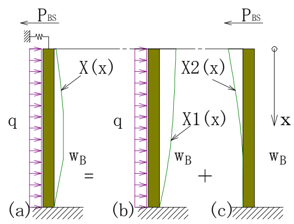

図３ 梁モデルの計算方法

分布荷重qを受けた梁モデルのたわみ曲線をX(x)とする。弾性変形範囲内の構造力学の重ね合わせの原理によって、図3(a)の梁モデルは、図3(b)と図3(c)の梁モデルに分解することができる。それぞれのたわみ曲線を$X_1(x)$、$X_2(x)$とすると、曲線X(x)は、次の式となる。

$$X(x) = X_1(x) - X_2(x) = \frac{qH^4}{8EI}\left(1-\frac{4x}{3H}+\frac{x^4}{3H^4}\right) - \frac{P_{BS}H^3}{3EI}\left(1-\frac{3x}{2H}+\frac{x^3}{2H^3}\right) \quad (4)$$

式(4)を式(3)に代入して整理すると、次の式を得られる（詳細過程を省略）。

$$T=\frac{2\pi}{n}=2\pi H^2\sqrt{\frac{\left(\frac{1}{64}\left(\frac{104}{405}\right)-\frac{\alpha}{12}\left(\frac{59}{240}\right)+\frac{\alpha^2}{9}\left(\frac{33}{140}\right)\right)}{\left(\frac{1}{20}-\frac{\alpha}{4}+\frac{\alpha^2}{3}\right)}\frac{w_B}{EI}} \quad (5) \qquad P_{BS}=\alpha w_B H \quad (6) \qquad \alpha=\frac{\frac{H^2}{8EI}-\frac{1}{4LtG}}{\frac{n_B}{n_W LtG}+\frac{H^2}{3EI}} \quad (7)$$

ここに、Lは荷重方向のタンク幅、E、Gはヤング係数、せん断ヤング係数、IはブロックBの等価断面２次モーメント、tはタンク側壁の平均板厚、n_BはブロックBの個数、n_WはブロックWの個数、w_BはブロックBの単位高さの質量、P_{BS}は各ブロックBの上端部に発生するばね力である。

５． 検討

図４は、式(5)を用いる矩形タンク固有周期への諸要素の影響度を示すもので、図５は、貯水状態と水平荷重を受けた時の貯水の揺れのイメージ図である。

満水状態(図5(a))の固有周期は側壁の平均板厚の変化に鈍感(図4の菱形)であるが内部補強材の剛性の変化にとても敏感(図4の四角)である。よって、側壁の平均板厚の変化の影響は小さく、式(5)について、 t→∞時のα値(0.375)を用いてもよいと考えられる。

固有周期は、満水状態(図5(a)、図4の四角)よりも、水面が自由に揺れることができる貯水状態(図5(b)、図4の丸)の方が短い。実際の矩形タンク(図5(c))は、水面から天井板までの距離が短いので、完全に自由な揺れができない。また、固定水割合が図5(b)の状態より多い。よって、その固有周期は、前述の２者間(図4の斜線エリア)にあると考えられる。

以上の結果を踏まえ、さらに、固有周期と基準水平震度の関係が単純な正比例または反比例関係を有しないことを考慮し、実際の矩形タンクの固有周期については、次の算定法を提案する。

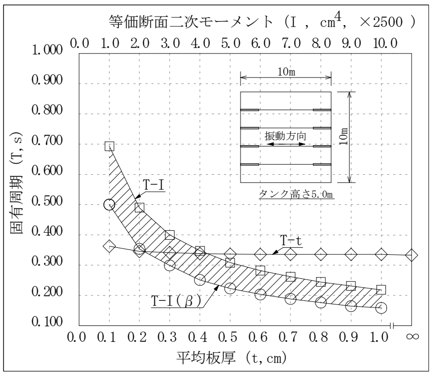

図４　固有周期に与える諸要素の影響結果

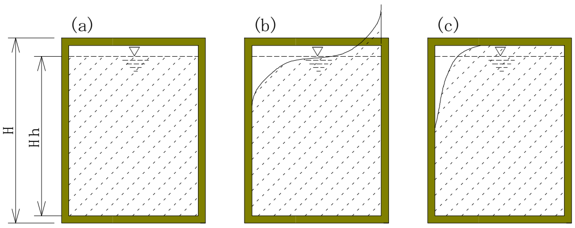

図５　水平荷重を受けた時の貯水の揺れ

$$T=\left[T_{max}、T_{min}\right]_{K_{h20}=more} \quad (8) \qquad T_{min}=2\pi H^2\sqrt{0.0042\frac{\beta A_B\gamma_W}{gEI}} \quad (9) \qquad T_{max}=2\pi H^2\sqrt{0.0042\frac{A_B\gamma_W}{gEI}} \quad (10) \qquad \beta=\frac{\tanh\left(\sqrt{3}\frac{\ell}{H_h}\right)}{\left(\sqrt{3}\frac{\ell}{H_h}\right)} \quad (11)$$

ここに、βは固定水割合、ℓは区画長、水平荷重方向のタンク幅の1/2、A_BはブロックBの平面面積、γ_Wは貯水の密度、ｇは重力加速度である。

式(8)は、常に高めの基準水平震度を得られるので、安全側の固有周期の算定法になる。

６．実際矩形タンクの計算例

寸法10m×10m×5mH、設計水位4.7mの鋼製タンクについては、式(8)により固有周期は以下の通りである。

$$T_S=\left[T_{max}、T_{min}\right]_{K_{h20}=more}=T_{max}=0.269\,s$$

また、式(8)については、RC矩形タンクにも適用することができる。同じ仕様のRC矩形タンクについての計算結果を以下に示す。ただし、本体重量を考慮した結果である。

$$T_C=\left[T_{max}、T_{min}\right]_{K_{h20}=more}=T_{max}=0.050\,s$$

７．まとめ

矩形タンクの固有周期は、矩形配水池の耐震設計において重要なパラメータである。しかし、その構造の複雑さゆえに、その精密解を求めることは非常に困難である。設計実務のために、安全で且つ簡潔な固有周期の算定法の確立は本報の目的である。本報が矩形タンクの耐震設計に役立ち、また、矩形タンクの固有周期算定に関する活発な議論の一石になれば幸いである。